

"Quando se amarra bem o próprio coração e se faz dele um prisioneiro, pode-se permitir ao próprio espírito muitas liberdades. "

F. Nietzsche

FACEBOOK
FLICKR
RSS
TWITTER

BUSCA

A REVISTA NÚMERO ATUAL NÚMEROS ANTERIORES NOTÍCIAS LINKS CONTATO ASSINE

COSMOS E CONTEXTO N.7, JUN 2012

Lógicas não-reflexivas

ARTIGO /

Newton A. C. da Costa * e Otávio Bueno** //

Lógicas não-reflexivas são aquelas para as quais o princípio da identidade não vale em geral. Uma das maiores motivações para a construção destas lógicas surge dos fundamentos da física quântica, onde algumas interpretações sugerem que não faz sentido atribuir identidade a partículas quânticas. Neste artigo os autores discutem motivações, aspectos centrais e alguns desafios ao desenvolvimento destas lógicas.

- - - - -

1 – Introdução

Uma característica marcante das pesquisas em lógica do século XX é o surgimento de uma pluralidade de lógicas. Um padrão semelhante pode ser visto no caso de diversas lógicas. O que era inicialmente considerado um princípio incontestado da lógica clássica, acabou por ser aberto para revisão à luz da introdução de uma lógica apropriada. Por exemplo, o terceiro excluído, um princípio importante da lógica clássica não se sustenta, em geral, na lógica intuicionista ou na lógica multi-valorada. O princípio da não-contradição, outro princípio central da lógica clássica, não é necessariamente válido em uma lógica paraconsistente (ver da Costa, 1979). Mas isso ainda deixa em aberto o princípio da identidade. A lógica não-reflexiva desafia esse último.

Lógicas não-reflexivas são, em geral, lógicas nas quais o princípio de identidade não vale. Uma das principais motivações para a construção dessas lógicas (e verifica-se que há infinitamente muitas delas) emerge das bases da física. De acordo com certas interpretações da mecânica quântica (como o preferido por Schrödinger), não faz sentido atribuir identidade às partículas quânticas. Se este for de fato o caso, como se tornará claro a seguir, o princípio de identidade parece falhar.

Neste trabalho, destacamos algumas das motivações e as principais características das lógicas não-reflexivas. Também discutimos alguns dos desafios que dificultam muito o desenvolvimento destas lógicas. Por fim, esboçamos duas aplicações dessas lógicas que são de especial interesse filosófico. Como ficará claro, lógicas não-reflexivas oferecem um domínio rico e desafiador de investigação.

2 – Como dar sentido a lógicas não-reflexivas

A principal dificuldade para desenvolver uma lógica não-reflexiva emerge do fato de que a identidade é um componente fundamental da linguagem que falamos. A lógica clássica, a lógica intuicionista e a lógica paraconsistente, como praticamente qualquer lógica, têm uma semântica intuitiva que pode ser dada em uma linguagem comum. Isso ajuda a conectar essas lógicas à linguagem que utilizamos. No entanto, dado que em lógicas não-reflexivas o princípio de identidade em geral não se sustenta, essas lógicas destroem recursos expressivos naturais da linguagem comum. Por exemplo, se somos incapazes de falar sobre a identidade de certas coisas, também não podemos distingui-las de outras coisas. Então torna-se incerto, como discutiremos a seguir, como podemos dar sentido a quantificação: como podemos quantificar *essas* em vez de *aquelas* coisas. Mesmo ao dizer o que acabamos de dizer, pressupomos a identidade dos objetos sobre os quais estávamos falando. Mas isso é precisamente o que não pode ser feito em uma lógica não-reflexiva. Como resultado, e retornamos a este assunto abaixo, parecemos incapazes de oferecer uma semântica razoável para lógicas não-reflexivas de um tipo informal e intuitivo.

SOBRE A REVISTA

Cosmos e Contexto é uma revista eletrônica de cosmologia e cultura que aparecerá sempre no dia 15 de cada mês. Seu núcleo central é formado por cientistas e estudantes do Instituto de Cosmologia Relatividade e Astrofísica (ICRA/CBPF).

Saiba mais

EVENTOS DE INTERESSE

- XV Brazilian School of Cosmology and Gravitation, de 19 de Agosto a 1 de Setembro de 2012

Em retrospecto, é surpreendente que mesmo a lógica paraconsistente, apesar do fato de desafiar a lei da não-contradição, tenha uma semântica informal intuitiva. Seria possível pensar que dada a centralidade dessa lei (em qualquer uma de suas diversas formulações) ao nosso modo comum de falar, uma lógica na qual a lei não se sustenta de modo geral minaria qualquer possibilidade de uma semântica intuitiva e informal. Mas, felizmente, este não é o caso. Há semânticas informais para lógicas paraconsistentes dadas em linguagem comum; na verdade, algumas delas imitam características centrais da semântica da lógica clássica. Agora, isso é possível em parte porque pressupõem-se a identidade dos objetos que são quantificados na semântica, mesmo que alguns objetos possam ter propriedades inconsistentes.

O fato da identidade de certos objetos ser questionada em uma lógica não-reflexiva mina qualquer terreno comum. Uma configuração mais radical então emerge. Dada a falta de uma semântica intuitiva, a própria inteligibilidade das lógicas não-reflexivas se torna um problema que precisa ser tratado. Como veremos, paradoxos delicados também são encontrados no âmago do assunto. Eles precisam ser considerados com cuidado. A fim de entender lógicas não-reflexivas é preciso empregar dispositivos especiais. Chegaremos até eles no devido tempo. Entretanto, precisamos indicar primeiro como lógicas não-reflexivas são formuladas à luz do princípio de identidade.

3 – Lógicas não-reflexivas e o princípio de identidade

Há várias formulações precisas do princípio de identidade (PI) dependendo da lógica que levamos em conta. Isso é esperado, dado que diferentes lógicas têm recursos expressivos distintos que levam a diferentes formulações de princípios lógicos fundamentais.

(1) Em nível proposicional, o PI pode ser definido como: $p, \forall p, \text{ ou } p \leftrightarrow p$, onde p é uma variável proposicional, e \rightarrow e \leftrightarrow são os conectivos de implicação e equivalência, respectivamente. Também é possível introduzir identidade no cálculo proposicional estendido (ver Church [1956]). Neste caso, PI pode ser expresso como: $\forall p, p = p$ onde \forall é o quantificador universal.

(2) Em nível de cálculo de predicados de primeira ordem, PI pode ser indicado de várias maneiras. Por exemplo: $\forall x(Fx \leftrightarrow Fx), \forall x(Fx \rightarrow Fx), \forall x\forall y(Gxy \leftrightarrow Gxy), \forall x\forall y(Gxy \leftrightarrow Gxy)$ etc. No caso do cálculo de primeira ordem com identidade, PI pode ser caracterizado como: $x = x$, ou $\forall x x = x$.

(3) Se agora considerarmos lógicas de ordem superior, uma formulação de PI seria: $\forall P P = P$, onde ' P ' é uma variável de um determinado tipo. À semelhança do que acontece em níveis proposicional e de predicado, há várias formulações alternativas ou complementares de PI em lógicas de ordem superior. É possível caracterizar identidade em uma lógica de ordem superior (embora identidade também possa ser considerado um símbolo primitivo). Neste caso, temos: $p = q_{def.} \forall X(Xp \leftrightarrow Xq)$, onde ' $=_{def.}$ ' é o símbolo de definição. Formulado dessa forma, PI é conjunção de dois princípios: o Princípio de Identidade de Indiscerníveis (segundo o qual, $\forall X(Xp) \rightarrow p = q$) e o Princípio da Indiscernibilidade de Idênticos (segundo o qual, $p = q \rightarrow \forall X(Xp \leftrightarrow Xq)$).

Lógicas não-reflexivas limitam ou, em certos casos, rejeitam algumas versões de PI.¹ Na verdade, relativamente ao PI, podemos oferecer uma classificação de lógicas. Por um lado, temos (i) *lógicas reflexivas*. Essas são lógicas em que cada versão de PI que possa ser formulada na linguagem da lógica em questão se mantém. Por outro lado, temos (ii) *lógicas não-reflexivas*. Essas são lógicas em que o PI é completamente ou pelo menos parcialmente eliminado. Sobretudo, lógicas não-reflexivas caem em duas categorias: algumas dessas lógicas *têm identidade*, outras *não*.

Um exemplo de uma lógica não-reflexiva *com identidade* é a lógica (extensional) de Schorödinger desenvolvida por Newton da Costa (ver da Costa [1979], pp. 117-120). A ideia central desta lógica não-reflexiva (de primeira ordem) é distinguir dois tipos de variáveis: em termos gerais, variáveis do primeiro tipo abrangem os objetos para os quais uma identidade não está definida; variáveis do segundo tipo se comportam da mesma maneira como aqueles da lógica clássica de primeira ordem. Assim, uma expressão da forma $t = v$ é uma fórmula (bem formada) somente se ambos os termos (variáveis ou constantes) t e v são do segundo tipo. Em particular, o PI formulado como: $\forall x x = x$ se mantém – enquanto x for uma variável do segundo tipo. Dado que não é permitida a formulação correspondente de PI para variáveis do primeiro tipo, a lógica resultante é realmente não-reflexiva (para maiores detalhes, ver da Costa [1979], pp 117-120).

Uma importante motivação para introduzir a distinção entre estes dois tipos de variáveis surge a partir de considerações dos fundamentos da mecânica quântica (não-relativista). Em particular, Erwin Schrödinger observou diferenças significativas entre fenômenos macroscópicos e microscópicos. Em sua opinião,

À medida que nosso olho mental penetra distâncias cada vez menores e tempos mais curtos, vemos a natureza se comportando de modo totalmente diverso daquele que observamos em corpos visíveis e palpáveis de nosso meio que nenhum modelo moldado de acordo com nossas experiências em grande escala pode ser verdadeiro. (Schrödinger, 1952, p. 17.)

Em particular, Schrödinger enfatizou que o conceito de *identidade perde todo sentido com relação a partículas elementares* (Schrödinger, 1952, p. 17-18). De seu ponto de vista, a dificuldade não reside no fato de que em certos casos podemos determinar a identidade de tais partículas, enquanto em outros não. Simplesmente não faz sentido afirmar a identidade dessas partículas (ou a ausência dela). Claro, pode muito bem ser que a interpretação de Schrödinger acabe por ser inadequada.ⁱⁱ Mas o fato permanece que a mecânica quântica (não-relativista), pelo menos em uma determinada interpretação, parece sugerir uma revisão do PI (ver da Costa, 1979, p. 114-115). Uma maneira de acomodar este ponto formalmente é introduzir a distinção entre os dois tipos de variáveis que são centrais à lógica de Schrödinger: em geral, variáveis do primeiro tipo cobririam partículas elementares (para as quais uma identidade não pode ser aplicada), enquanto que variáveis do segundo tipo cobrem todos os outros objetos.ⁱⁱⁱ

Um outro exemplo de uma lógica não-reflexiva com identidade é a lógica intensional de Schrödinger, conforme desenvolvida por da Costa e Décio Krause (1997). Esta lógica fornece uma possível maneira de formalizar determinados conceitos intensionais nos fundamentos lógicos da mecânica quântica. É uma lógica modal de ordem superior que também apresenta dois tipos de termos (variáveis ou constantes), e identidade não pode ser aplicada a indivíduos do primeiro tipo. Assim, PI, formulado como $\forall X X = X$, só se mantém se X for uma variável do segundo tipo. Assim, a lógica resultante é de fato não-reflexiva.

Um exemplo interessante, se não surpreendente de uma lógica não-reflexiva *sem identidade* é o cálculo de predicados de primeira ordem, sem identidade. Afinal, neste cálculo, não podemos expressar PI na forma: $\forall X X = X$. Isso indica que as lógicas não-reflexivas não precisam ser tão 'exóticas' como em princípio poderiam ser consideradas como sendo. Neste exemplo, uma versão de PI é eliminada completamente devido a limitações nos recursos expressivos da linguagem do cálculo de predicados. Não é à toa que temos aqui uma lógica não-reflexiva muito bem-comportada. Quando o cálculo de predicados é apresentado, o PI é tipicamente presumido na metalinguagem, o que torna a descrição da lógica simples e direta. Mas a situação se tornaria muito menos tratável se uma lógica não-reflexiva fosse pressuposta na metalinguagem também!

Pode-se argumentar que o fato da identidade estar disponível ou não na linguagem é uma questão meramente formal. Afinal, diz o argumento, sempre podemos caracterizar a identidade em termos puramente sintáticos, e, portanto, podemos tentar utilizar os recursos sintáticos da linguagem em questão para caracterizar a identidade. Se essa sugestão estivesse correta, o significado da lógica não-reflexiva poderia ser questionado. Afinal, se a identidade estivesse sempre disponível (através de uma caracterização sintática), toda a lógica teria pelo menos um fragmento reflexivo. O que então seria especial sobre as lógicas não-reflexivas em geral?

Mas acontece que o argumento acima não resiste. Na verdade, identidade *não pode* ser caracterizada em termos puramente sintáticos, dado que, sintaticamente, ela sempre pode ser interpretada como uma relação de equivalência que satisfaz a substitutividade. Em linhas gerais, o que segue é a razão porque isto é assim. Seja S uma teoria (ou um conjunto de sentenças) com identidade, e tal que essa última seja reflexiva, simétrica, transitiva e que satisfaça a substitutividade. Neste caso, argumentamos, a identidade não pode ser definida sintaticamente. Seja M um modelo de S , cujo domínio é D . Sejam a_1, a_2, a_3 objetos que não são membros de D . Agora, substituamos cada membro a de D pelos objetos $\langle a, a_1 \rangle, \langle a, a_2 \rangle, \langle a, a_3 \rangle, \dots$ E definamos, para o novo domínio transformado, conceitos semânticos exatamente como se aplicaram a a . Por exemplo, $\langle a, a_1 \rangle$ satisfaz o predicado monádico P se, e apenas se a satisfaz P , e assim por diante. Desse modo, obtemos um novo modelo de S , M' , no qual identidade é substituída por uma relação de equivalência: $\langle a, a_i \rangle \equiv \langle b, b_j \rangle$ se, e apenas se $a = b$. Assim, M' é um modelo de S , onde a identidade é representada por uma relação de equivalência.

Esse resultado só pode ser evitado pela introdução explícita de recursos de semântica, mas isso requer a introdução de pressupostos mais fortes sobre a natureza da identidade. Então, não se pode considerar que a identidade estará disponível como o resultado de meras características sintáticas. Além disso, observe que a construção esboçada acima se aplica mesmo se a lógica subjacente à teoria S em questão for de ordem superior. Assim, mesmo no contexto de lógica de ordem superior, a identidade não pode ser caracterizada puramente sintaticamente. O significado das lógicas não-reflexivas permanece.

4 – Lógicas não-reflexivas: duas aplicações filosóficas

Existem várias aplicações interessantes para lógicas não-reflexivas. A seguir, discutiremos, em linhas gerais, duas delas. Ambas têm relevância filosófica. A primeira diz respeito a uma certa maneira de interpretar certas passagens do *Tractatus Logico-Philosophicus*, de Ludwig Wittgenstein, que lidam com identidade à luz de uma crítica que W.V. Quine levantou contra a visão de Wittgenstein. Defendemos que se invocarmos uma lógica não-reflexiva, podemos interpretar as passagens em questão de forma mais esclarecedora –e também resistir à crítica de Quine.

A segunda aplicação oferece um argumento sobre a importância das lógicas não-reflexivas. Ela sugere que essas lógicas revelam um pressuposto oculto na teoria de quantificação: as várias maneiras em que a identidade é pressuposta na quantificação. Neste contexto, discute-se uma dificuldade genuína levantada pelas lógicas não-reflexivas: como podemos dar sentido a quantificação sem identidade? Concluímos a seção traçando um possível

caminho para resolver o problema.

4.1 – Quine sobre Wittgenstein com relação a identidade

Em seu *O Sentido da Nova Lógica*, Quine (1944, p. 118-119) critica a passagem do *Tractatus* de Wittgenstein em que o autor observa que a identidade não é uma relação entre os objetos. Segundo Wittgenstein:

A grosso modo: dizer que duas coisas são idênticas é um absurdo, e dizer que uma coisa é idêntica a ela mesma é o mesmo que nada dizer (Wittgenstein, 1922, p. 139)

Quine se queixa de que há um terceiro caso que Wittgenstein ignorou: declarações de identidade informativa, que combinam diferentes nomes do mesmo objeto. Declarações desse tipo apoiam a relevância de ter identidade em uma dada linguagem. No final, o diagnóstico de Quine é que Wittgenstein, deixando de distinguir cuidadosamente o suficiente os objetos e seus nomes, exigiu que as declarações de identidade fossem feitas somente através da combinação de repetições do mesmo nome em vez de identificar nomes diferentes para o mesmo objeto. Em suas próprias palavras, Quine observa:

Outro tipo de confusão sobre a identidade vê-se numa observação de Wittgenstein: dizer dum objeto que ele é idêntico a si mesmo é oco, e dizer que é idêntico a outro objeto é errado. Temos, porém, de distinguir, não entre dois casos, mas entre três, exemplificados pelos enunciados 'Cícero = Cícero', 'Cícero = Catilena', e 'Cícero = Túlio'. Destes três enunciados, o primeiro é oco e o segundo falso; mas o terceiro não é oco nem falso. O terceiro é informativo, pois combina dois nomes diversos e além disso é verdadeiro, visto que os dois nomes são nomes do mesmo objeto. Wittgenstein, não distinguindo cuidadosamente entre os objetos e seus nomes, considera que toda afirmação verdadeira de identidade deve apresentar o sinal '=' entre repetições do mesmo nome, da maneira 'Cícero = Cícero'; entretanto, Wittgenstein não reconhece que '=' deve somente aparecer entre nomes do mesmo objeto, sendo os nomes, em todo caso útil, nomes diferentes, Cícero é idêntico a Túlio, embora seja o nome 'Cícero' diferente do nome 'Túlio'; assim como o Nilo é maior do que o Paranaíba, embora seja o nome 'Nilo' mais breve do que o nome 'Paranaíba' (Quine, 1944, p. 118-119).

Acontece que essa é uma leitura muito insensível da passagem relevante do *Tractatus*, e que, como se tornará claro dentro em breve, não parece ser precisa. É bem provável que Quine estivesse lendo a obra de Wittgenstein à luz do pressuposto de que existe apenas uma lógica; isto é, a clássica lógica de predicados de primeira ordem com identidade.^{iv} Mas achamos que há uma leitura mais interessante da passagem de Wittgenstein, se considerarmos que, no *Tractatus*, Wittgenstein sugeria a construção de uma lógica não-reflexiva em vez da lógica reflexiva que Quine lhe atribuiu.

Note, em primeiro lugar, o cuidado com o qual Wittgenstein apresenta a fala de identidade e como ele pode contornar a necessidade de ter um símbolo de identidade em sua linguagem objeto:

Identidade do objeto eu expresso pela identidade do sinal e não por meio de um sinal de identidade. Diferença dos objetos por diferença dos sinais (Wittgenstein, 1922, p. 139).

Com efeito, Wittgenstein observa aqui que ele não precisa ter um símbolo de identidade em sua linguagem objeto. Empregando o mesmo sinal para indicar o mesmo objeto por toda parte, e utilizando diferentes sinais para denotar objetos diferentes, Wittgenstein pode distinguir os objetos a serem referidos sem nunca ter de dizer, na própria linguagem objeto, que são diferentes. Observe, a propósito, que a metalinguagem que Wittgenstein utiliza para descrever sua lógica (ou seja, alemão, estendido com alguns símbolos lógicos) tem identidade nela. Não é surpreendente que Wittgenstein irá mais tarde observar que esta metalinguagem é em si sem sentido (Wittgenstein, 1922, p. 189),^v dado que parece fazer o que não pode ser feito, a saber, combinar termos através do sinal de identidade:

E vemos que proposições aparentes como: " $a = a$ ", " $(a = b \wedge b = c) \rightarrow a = c$ ", " $\forall x x = x$ ", " $\exists x x = a$ ", etc. nem podem ser escritas em notação lógica. (Wittgenstein [1922], p. 141.)^{vi}

Este é um reconhecimento explícito de que a lógica que Wittgenstein sugere no *Tractatus* é não-reflexiva. PI, em sua formulação usual: $\forall x x = x$, é excluído da linguagem objeto.

Fica claro agora que Quine não estava envolvido com a proposta de Wittgenstein, que era, com efeito, muito mais radical do que ele havia notado. Quine retratou Wittgenstein como exigindo que as verdadeiras afirmações de identidade só poderiam ser formadas pela combinação de repetições do mesmo nome, tais como em "Cícero =

Cícero". Mas Wittgenstein é claro em dizer que mesmo as declarações da forma " $a = a$ " não são fórmulas bem-formadas. Elas "não podem ser escritas em uma notação lógica correta" (Wittgenstein, 1922, p. 141).

Estamos claramente lidando com uma lógica não-reflexiva.

O próprio Wittgenstein faz esse movimento de forma explícita. Ele observa:

Escrevo, portanto, não " $f(a, b) \wedge a = b$ ", mas " $f(a, a)$ " (ou " $f(b, b)$ "). E não " $f(a, b) \wedge \neg a = b$ "; mas " $f(a, b)$ ". (Wittgenstein [1922], 5.531, p. 139.)

E continua:

E, analogamente: não " $\exists x \exists y f(x, y) \wedge x = y$ "; mas " $\exists x f(x, x)$ "; e não " $\exists x \exists y (f(x, y) \wedge \neg x = y)$ "; mas " $\exists x \exists y f(x, y)$ ". (Wittgenstein [1922], 5.532, pp. 139-141.)

Deste modo, Wittgenstein está em posição de dispensar completamente o sinal de identidade da sua linguagem objeto: "O sinal de identidade, portanto, não é um elemento essencial de uma notação lógica" (Wittgenstein, 1922, p. 141).

Além disso, há razões para não ter identidade como parte da linguagem formal, lógica. Identidade é muitas vezes conceitualizada como uma relação entre os objetos. Mas, segundo Wittgenstein, isso está claramente equivocado:

Que identidade não é uma relação entre os objetos é óbvio. Isto torna-se claro se, por exemplo, considera-se a proposição " $\forall x (f x \rightarrow x = a)$ ". Esta proposição diz simplesmente que apenas a satisfaz a função f , e não que apenas as coisas que têm uma certa relação com a satisfazem a função f .

Pode-se dizer que, é claro, de fato apenas a tem essa relação com a , mas para expressar isso devemos precisar do próprio sinal de identidade. (Wittgenstein, 1922, p. 139.)

E é precisamente isso que Wittgenstein pretende evitar em sua linguagem objeto. Dada a situação incerta da identidade, é melhor deixá-la completamente fora da linguagem formal.

Em uma passagem bem conhecida no final do *Tractatus*, Wittgenstein deixa claro que a linguagem que ele utiliza para descrever sua linguagem objeto é composta de proposições sem sentido:

Minhas proposições são elucidativas desta maneira: quem me entende, finalmente as reconhece como sem sentido, quando ele subiu por meio delas, em cima delas, sobre elas. (Ele deve, por assim dizer, jogar fora a escada depois de subir em cima delas.) (Wittgenstein, 1922, , p. 189.)

De fato, a linguagem em uso em *Tractatus* tem recursos expressivos que vão além dos limites do sentido. Em particular, inclui declarações de identidade de vários tipos que, na visão de Wittgenstein, violam qualquer notação lógica correta. Como vimos, Wittgenstein enfatiza que é incoerente dizer que *duas* – coisas e, por conseguinte, distintas – são a mesma; e dizer que *uma* coisa é idêntica a si mesma é dizer algo que é verdade independente de qualquer coisa, e, portanto, é destituído de conteúdo (Wittgenstein, 1922, p. 139).

Wittgenstein está claramente falando de *coisas*, aqui, em vez de sobre seus *nomes*. A linguagem que ele está descrevendo em *Tractatus* destina-se a falar sobre o primeiro, não do último. No início desta seção, vimos que Quine identificou uma terceira alternativa que estava supostamente ausente da concepção de Wittgenstein, ou seja, declarações informativas de identidade que combinam nomes diferentes da mesma coisa. Mas essa alternativa só pode emergir numa linguagem em que, primeiro, os nomes das coisas podem ser discutidos e, segundo, em que há nomes diferentes para a mesma coisa. Isto é precisamente o que não pode acontecer na linguagem objeto formal de Wittgenstein, em que diferentes sinais denotam objetos diferentes, e assim nenhuma ambiguidade – ou, talvez mais precisamente, nenhuma sobredeterminação – em relação a nomes emerge (Wittgenstein, 1922, p. 139). De fato, a ambiguidade sobre os nomes que Quine considera – uma que é, naturalmente, ubíqua na linguagem corrente – é exatamente o tipo de problema que Wittgenstein estava tentando superar com a sua linguagem formal.

Note o quão crucial foi, dado o projeto reformista de Wittgenstein, adotar uma lógica não-reflexiva para evitar este problema. A linguagem austera de Wittgenstein corta a ambiguidade pela raiz ao evitar que declarações de identidade sejam feitas de começo. Temos aqui uma bela aplicação de uma lógica não-reflexiva.

4.2 – Quantificação sem identidade

Uma indicação interessante de desenvolvimento na lógica emerge quando são identificados pressupostos ocultos na teorização lógica e são desenvolvidas opções em que tais pressupostos não são feitos. Por exemplo, a importação existencial de quantificadores universais que parece estar presente na lógica aristotélica, com a validade de inferências da forma $\forall x(Fx \rightarrow Gx)$, portanto $\exists x(Fx \wedge Gx)$ – foi identificada e evitada na lógica clássica de predicados. Assim emerge um relato mais geral de quantificação, livre de tal suposição. Posteriormente, mesmo a importação existencial da própria lógica clássica, que valida inferências do tipo $\neg Fa$, por conseguinte $\exists xFx$ – foi identificada e evitada em lógicas livres (ver Lambert, 1991). Um relato ainda mais geral de quantificação pode ser proposto.

Quando lógicas não-reflexivas são propostas, destacam um tipo diferente de suposição encontrado na lógica reflexiva (que inclui, como observamos, o cálculo de predicados clássico de primeira ordem com identidade). A quantificação universal na lógica reflexiva identifica duas construções distintas a *prima facie*. A declaração “ $\forall x(Fx \rightarrow Gx)$ ” pode ser lida como *todos os F*s são *G*s ou como *cada F* é *G*. Em lógicas reflexivas, essas duas leituras são consideradas *equivalentes*. O que dá suporte à equivalência? Primeiro, temos a consideração de que a quantificação sobre *todos* os objetos no domínio requer, em particular, a quantificação sobre *cada* tal objeto. Mover-se de *todos* para *cada* parece justificado. Em segundo lugar, e inversamente, a quantificação sobre *cada* objeto no domínio cobrirá o domínio como um todo, daí *todos* os objetos são quantificados. Mover-se de *cada* para *todos* parece, então, ser igualmente garantido. Assim, em lógicas reflexivas, ‘todos’ e ‘cada um’ acabam sendo expressões equivalentes.

Neste ponto, um pressuposto oculto pode ser revelado. De forma a quantificar *cada* objeto no domínio, tais objetos têm de ser distinguíveis uns dos outros. Mas isso pressupõe que a identidade possa ser aplicada a esses objetos para que a quantificação cubra objetos distintos em vez de o mesmo objeto vez após vez. Dada a identificação de ‘cada’ e ‘todos’ em lógicas reflexivas, este último pressupõe que os objetos que são quantificados têm condições de identidade bem definidas. No entanto, essa suposição não precisa se manter no caso da lógica, como a não-reflexiva, em que o princípio de identidade é restrito. Na verdade, se não pudermos falar da identidade de certos objetos, também não podemos falar destes objetos serem diferentes uns dos outros, dado que a diferença envolve a negação da identidade.

Isto traz à tona, imediatamente, uma questão delicada: como, exatamente, podemos dar sentido a quantificação sem pressupor a identidade dos objetos que são quantificados? Será que realmente podemos dar sentido a quantificação em um contexto não-reflexivo? Para abordar essa questão, será importante primeiro identificar alguns dos pontos em que a identidade é presumida quando a semântica para o quantificador universal é dada em um contexto reflexivo.

Para ser mais específico, consideremos, como exemplo, a condição usual de satisfação para uma fórmula quantificada universalmente no cálculo de predicados de primeira ordem. Consideremos M uma interpretação do cálculo com o domínio D (onde D é um conjunto não-vazio), e s uma sequência enumerável de elementos de D . Neste caso, dizemos que s satisfaz $x_i \beta$ se, e apenas se, cada sequência que difere de s no máximo no i -ésimo componente satisfaz β (para mais detalhes, ver Mendelson, 1987, p. 46-54). Claramente, a linguagem em que essa caracterização é oferecida pressupõe identidade. Primeiro, a quantificação ao longo de *cada sequência* presume que as sequências são em si objetos que podem ser distinguidos uns dos outros para que *cada um deles* seja quantificado. Segundo, considera-se que as sequências *difiram* uma da outra no que diz respeito ao seu componente i -ésimo. Isto claramente só faz sentido se sequências tiverem condições bem definidas de identidade – que, evidentemente, dado o contexto reflexivo, elas têm.

Considerações semelhantes aplicam-se quando consideramos uma formulação equivalente da condição de satisfação. É como segue: uma sequência $s = (s_1, s_2, \dots, s_i, \dots)$ satisfaz $\forall x_i \beta$ se, e apenas se, para cada elemento c do domínio de interpretação D , a sequência $(s_1, s_2, \dots, c, \dots)$ satisfaz β (ver Mendelson, 1987, p. 48). Essa formulação também pressupõe identidade em vários pontos. Primeiro, novamente é pressuposta a identidade de sequências. De fato, para *cada* objeto no domínio de interpretação D , teremos uma sequência *diferente* – e *todas* tais sequências são necessárias para satisfazer β . Duas sequências *diferem* se diferirem em pelo menos um dos seus componentes. Segundo, os componentes de sequências são objetos (membros do domínio de interpretação) que também são considerados *distinguíveis*. Na verdade, é em virtude do fato de que temos objetos *diferentes* no domínio que as próprias sequências podem ser distinguidas. Terceiro, uma vez que o domínio de interpretação D é um conjunto, cada um de seus elementos – os objetos na sequência – é considerado como uma entidade com condições bem definidas de identidade. Afinal, dado o axioma da extensionalidade da teoria clássica dos conjuntos, dois conjuntos são iguais apenas no caso de terem os *mesmos* membros. Assim, a identidade dos membros do conjunto é presumida explicitamente. Em outras palavras, o caráter reflexivo do axioma de extensionalidade – o fato que pressupõe objetos com condições bem definidas de identidade – é inegável.

Como deixam claro estas observações, em uma lógica reflexiva, a identidade desempenha um papel ubíquo, tanto na caracterização de noções semânticas, tais como satisfação, quanto na formulação correspondente do quantificador universal.^{vii} O problema trazido por lógicas não-reflexivas de como podemos dar sentido a quantificação *sem* identidade torna-se então especialmente premente. Afinal, sem invocar a identidade, não está

claro como a quantificação poderia ser realizada.

Mas o problema é, de fato, ainda mais complexo – por duas razões. Primeiro, dado o papel central desempenhado pela identidade na formulação de noções semânticas, como a satisfação (mas também denotação e verdade), não podemos formular uma lógica não-reflexiva R que possa ser utilizada para oferecer uma semântica genuína para R –, isto é, uma que dê sentido a R . Afinal, sendo não-reflexivo, R não terá os recursos para expressar os requisitos acerca de identidade que, como acabamos de observar, são necessários para o desenvolvimento de tal semântica. Nesse sentido, em oposição à lógica reflexiva, a lógica não-reflexiva não têm uma semântica intuitiva, natural. A linguagem natural, sendo reflexiva, oferece um ambiente intuitivo para desenvolver uma semântica para a lógica reflexiva. E dado que as expressões da linguagem natural têm sentido, elas dão sentido às expressões correspondentes da linguagem formal quando é dada a semântica. O mesmo movimento, no entanto, não funciona no caso de lógicas não-reflexivas. Uma semântica não-reflexiva verdadeira não pode ser dada a uma lógica não-reflexiva, uma vez que a identidade não está disponível na metalinguagem para caracterizar as noções semânticas pertinentes. (Podemos chamar isso de *círculo vicioso da não-reflexividade*.)

Segundo, como vimos, lógicas não-reflexivas fazem distinção entre objetos para os quais faz sentido falar de sua identidade e objetos para os quais isso não acontece. Parece razoável, então, considerar qualquer objeto da primeira categoria *diferente* daqueles da segunda. Mas isso é precisamente o tipo de coisa que *não pode* ser dito em uma lógica não-reflexiva. (Podemos chamar isso de o *paradoxo da não-reflexividade*.)

O que fazer? Quando recursos semânticos falham, podemos invocar dispositivos sintáticos. Com alguma inspiração das ideias sugeridas por H. Curry e G. Gentzen, podemos dar sentido a operações lógicas por meio de sintaxe (ver Curry, 1977 e suas referências). Seguindo os trabalhos de Gentzen, e as melhorias oferecidas por Curry, torna-se claro que as regras de dedução natural e as regras através de sequentes dão significado 'operacional' às operações lógicas. É um pressuposto significativo, partilhado por vários lógicos, que a formulação sintática de uma lógica já contribui para seu entendimento. Este já parece estar evidente na *Principia Mathematica* de B. Russell e A. Whitehead na obra de G. Frege em lógica. A abordagem através dos métodos de Gentzen torna esse recurso ainda mais explícito.

Quando um sistema lógico é formulado através de métodos de Gentzen, o comportamento dos símbolos lógicos (variáveis, conectivos e quantificadores) torna-se transparente. Em particular, o símbolo para dedução 'move-se para baixo' da metalinguagem para a linguagem objeto do sistema Gentzen resultante. O 'significado sintático' –, isto é, o significado operacional – dos símbolos lógicos se torna claro. Em particular, a ideia de que a variável é um símbolo que varia ao longo de objetos arbitrários de um dado conjunto (ou seja, o domínio de interpretação) nunca é invocada. Como vimos, este foi precisamente o ponto onde a noção de identidade foi invocada em semântica, e isso é exatamente o que é evitado aqui. Em vez disso, com métodos de Gentzen, a variável é um símbolo que se comporta de acordo com certas regras sintáticas, isto é, ela se comporta de determinada maneira em relação às regras Gentzen (bem como as regras de formação para a linguagem em questão).

Desta forma, é possível operar com uma lógica não-reflexiva e compreender o 'significado' dos símbolos lógicos através do papel que desempenham nas derivações que seguem regras de Gentzen sem a necessidade de invocar um mecanismo semântico que impediria as lógicas não-reflexivas de saírem do chão. Em particular, o círculo vicioso da não-reflexividade pode então ser quebrado. Afinal, a exigência de oferecer uma verdadeira semântica não-reflexiva para a lógica não-reflexiva é substituída pela 'semântica sintática' através de métodos de Gentzen.

Finalmente, este movimento também nos ajuda a lidar com o paradoxo da não-reflexividade. Uma vez que fica claro que podemos de fato compreender símbolos lógicos não-reflexivos invocando métodos de Gentzen, percebemos que ao invés de um verdadeiro paradoxo temos uma descrição correta da situação que enfrentamos em um contexto não-reflexivo. Dada a distinção entre objetos aos quais se aplica a identidade e aqueles aos quais ela não se aplica, parece razoável afirmar que os objetos da primeira categoria são *diferentes* dos da segunda. Mas isso só ocorre porque estamos usando uma linguagem (linguagem comum) que pressupõe que a identidade pode ser aplicada a qualquer objeto. Uma vez que levamos a sério a lógica não-reflexiva, percebemos que esta afirmação de identidade é precisamente o tipo de declaração que não pode ser feita. Nesse sentido, o paradoxo da não-reflexividade é semelhante ao paradoxo de Skolem: um fato inesperado, surpreendente, mas, em última análise, correto acerca de um domínio complexo.

5 – Conclusão

As lógicas não-reflexivas são ao mesmo tempo desafiadoras e significativas. Eles desafiam hipóteses centrais sobre identidade na teorização lógica e na linguagem comum, restringindo certas formulações do princípio de identidade. Elas também são significativas, com muitas aplicações. Por exemplo, nos ajudam a entender certas propostas feitas por Wittgenstein. E também levantam questões filosóficas complexas sobre a possibilidade de quantificar objetos sem pressupor sua identidade.

Nosso objetivo neste trabalho foi o de motivar a importância das lógicas não-reflexivas. O desenvolvimento dos pontos levantados acima será tema para uma outra ocasião.

Glossário

- 1) Princípio do terceiro excluído: dada qualquer proposição, ou ela é verdadeira, ou sua negação é verdadeira.
- 2) Princípio de não-contradição: formulado por Aristóteles, diz que uma proposição verdadeira não pode ser falsa e uma proposição falsa não pode ser verdadeira.
- 3) Cálculo proposicional: é um sistema formal no qual as fórmulas representam proposições que podem ser formadas pela combinação de proposições atômicas usando *conectivos lógicos* e um sistema de *regras de derivação*, que permite que certas fórmulas sejam estabelecidas como 'teoremas' do sistema formal.
- 4) Quando as sentenças atômicas da lógica proposicional são quebradas em termos, variáveis, predicados, e quantificadores, elas dão origem à lógica de primeira ordem, ou lógica de predicados de primeira ordem, que mantém todas as regras da lógica proposicional e adiciona algumas novas.
- 5) Lógica de ordem superior é a lógica de quantificação sobre funções proposicionais, isto é, funções cujo domínio consiste em proposições. Estas proposições incluem predicados e conectivos.
- 6) Lógica modal se refere a qualquer sistema de lógica formal que procure lidar com *modalidades* (tratar de modos quanto a tempo, possibilidade, probabilidade etc.).
- 7) O Axioma da extensionalidade é um dos axiomas que fazem parte dos Axiomas de Zermelo-Fraenkel da Teoria dos Conjuntos. O axioma diz que a única coisa que distingue dois conjuntos são seus elementos, ou seja, dois conjuntos são iguais se, e somente se, seus elementos são os mesmos.

Referências bibliográficas:

- Church, A. *Introduction to mathematical logic*. (Revised edition.) Princeton: Princeton University Press, 1956.
- Curry, H. B. *Foundations of mathematical logic*. New York: Dover, 1977.
- da Costa, N. C. A. *Ensaio sobre os fundamentos da lógica*. São Paulo: Hucitec, 1994
- da Costa, N. C. A.; Krause, D. An intensional Schrödinger logic. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 38, p. 179-194, 1997.
- French, S.; Krause, D. *Identity in physics: a historical, philosophical, and formal analysis*. Oxford: Clarendon Press, 2006.
- Lambert, K. (ed.) *Philosophical applications of free logic*. New York: Oxford University Press, 1991.
- Mendelson, E. *Introduction to mathematical logic*. Pacific Grove, CA: Wadsworth, 1987.
- Quine, W. V. *O sentido da nova lógica*. Curitiba: Editora da Universidade Federal do Paraná, 1996.
- Quine, W. V. *Philosophy of logic*. Cambridge: Harvard University Press, 1986.
- Schrödinger, E. *Science and humanism*. Cambridge: Cambridge University Press, 1952.
- Wittgenstein, L. *Tractatus Logico-Philosophicus*. (Tradução de C. K. Ogden.) London: Routledge and Kegan Paul, 1988.

*Newton A. C. da Costa é lógico, matemático, filósofo e criador da lógica paraconsistente. Atualmente é professor da Universidade Federal de Santa Catarina. E-mail: ncacosta@terra.com.br

**Otávio Bueno é professor e cátedra do departamento de filosofia da Universidade de Miami. E-mail: otaviobueno@mac.com

Notas

- i Dependendo da linguagem em consideração, o símbolo de identidade pode ou não estar presente.
- ii Na verdade, se levarmos a sério o ponto de vista de Schrödinger, não poderíamos dizer que os elétrons são diferentes de prótons, algo que claramente deveríamos estar em condições afirmar!
- iii Uma discussão detalhada e criteriosa de identidade em física, com especial ênfase na mecânica quântica (incluindo a mecânica quântica não-relativista e teorias quânticas de campo), pode ser encontrada em French e Krause, 2006.

iv Esta é, afinal, a lógica que Quine descreve em *O sentido da nova lógica* (1944). O Monismo de Quine sobre esta lógica se torna explícito muito mais tarde (ver Quine, 1970, p. 80-94).

v Retornaremos a este assunto abaixo.

vi Nas citações de Wittgenstein, mudamos um pouco a notação que ele utilizou visando torná-la uniforme com aquilo que empregamos neste trabalho. Nada, é claro, depende disso.

vii O mesmo ponto, relativo ao papel ubíquo de identidade, também se aplica a outras noções semânticas, como denotação e verdade. Na verdade, as considerações feitas sobre satisfação se aplicam, *mutatis mutandis*, a essas noções semânticas também.



Texto anterior

A biologia, uma ciência diferente das outras?

© 2012 Cosmos e Contexto. Revista Eletrônica de Cosmologia e Cultura. Todos os direitos reservados

☺